EJERCICIO INDEPENDENCIA LINEAL

¿Cuales de los siguientes conjuntos de polinomios generan a P^2?

a) { t^2+1, t^2+t, t+1}

b) {t^2+1, t-1, t^2+t}

c) {t^2+2t-1, t^2-1}

SOL.

a) { t^2+1, t^2+t, t+1}

P1= t^2+1

P2= t^2+t

P3= t + 1

Se busca un escalar que multiplique a los polinomios

C1(t^2+1) + C2(t^2+t) + C3(t + 1)

Paso a seguir, agrupar la multiplicacion de escalares segun esta formula: at^2+bt+c, es decir,

```
sage] var('a,b,c')
    (a, b, c)
sage] var('c1,c2,c3')
    (c1, c2, c3)
sage] a=(c1+c2)
sage] a
```

$c_2 + c_1$

```
sage] b=(c2+c3)
sage] b
```

$c_3 + c_2$

```
sage] c=(c1+c3)
sage] c
```

$c_3 + c_1$

Ahora se puede formar la matriz

```
sage] var('a,b,c')
    (a, b, c)
sage] h=matrix([[1,1,0,a],[0,1,1,b],[1,0,1,c]])
sage] h
```

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & a \\ 0 & 1 & 1 & b \\ 1 & 0 & 1 & c \end{pmatrix}$$

```
sage] h.echelon_form()
```

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \frac{c+b-a}{2} - b + a \\ 0 & 1 & 0 & b - \frac{c+b-a}{2} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{c+b-a}{2} \end{pmatrix}$$

No genera a P2

b) {t^2+1, t - 1, t^2+t}

P1= t^2+1

P2= t - 1

P3= t^2+t

Se busca un escalar que multiplique a los polinomios

C1(t^2+1) + C2(t - 1) + C3(t^2+t)

Paso a seguir, agrupar la multiplicacion de escalares segun esta formula: at^2+bt+c, es decir,

```
sage] var('a,b,c')
    (a, b, c)
sage] var('c1,c2,c3')
    (c1, c2, c3)
sage] a=(c1+c3)
sage] a
```

$c_3 + c_1$

```
sage] b=(c2)
sage] b
```

c_2

```
sage] c=(c1+c2+c3)
sage] c
```

$c_3 + c_2 + c_1$

Ahora se puede formar la matriz

```
sage] var('a,b,c')
    (a, b, c)
sage] h=matrix([[1,0,0,a],[0,1,0,b],[1,1,1,c]])
sage] h
```

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & a \\ 0 & 1 & 0 & b \\ 1 & 1 & 1 & c \end{pmatrix}$$

```
sage] h.echelon_form()
```

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & a \\ 0 & 1 & 0 & b \\ 0 & 0 & 1 & c - b - a \end{pmatrix}$$

ahora se puede hallar el valore de los escalares que generan a P^2

C1 = a

C2 = b

C3 = c - b - a

C3 = c - C2 - C1

C3 + C2 + C1 = c

Si genera a P2 porque se pueden encontrar las variables a, b, c

c) {t^2+2t-1, t^2-1}

P1= t^2+2t - 1

P2= t^2-1

Se busca un escalar que multiplique a los polinomios

C1(t^2+2t-1) + C2(t^2 - 1)

Paso a seguir, agrupar la multiplicacion de escalares segun esta formula: at^2+bt+c, es decir,

```
sage] var('a,b,c')
    (a, b, c)
sage] var('c1,c2,c3')
    (c1, c2, c3)
sage] a=(c1+c2)
sage] a
```

$c_2 + c_1$

```
sage] b=(c1)
sage] b
```

c_1

```
sage] c=(c1+c2)
sage] c
```

$c_2 + c_1$

Ahora se puede formar la matriz

```
sage] var('a,b,c')
    (a, b, c)
sage] h=matrix([[1,1,0,a],[1,0,0,b],[1,1,0,c]])
sage] h
```

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & a \\ 1 & 0 & 0 & b \\ 1 & 1 & 0 & c \end{pmatrix}$$

```
sage] h.echelon_form()
```

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

No genera a P2